

CORRIGÉ DES FICHES REPRODUCTIBLES

CHAPITRE 1 Les nombres

Renforcement 1.1

La racine cubique, la notation exponentielle et les lois des exposants

Page 241

1. a) $\sqrt{3}$ b) $\sqrt[3]{7}$ c) $-\sqrt{17}$ d) $\sqrt[3]{-11}$ e) $-\sqrt[3]{23}$ f) $-\sqrt{\frac{1}{3}}$
2. a) $21^{\frac{1}{2}}$ b) $15^{\frac{1}{3}}$ c) $(-19)^{\frac{1}{3}}$ d) $-87^{\frac{1}{3}}$ e) $\left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{1}{2}}$ f) $\frac{3^{\frac{1}{2}}}{7^{\frac{1}{3}}}$
3. a) 6 b) -4 c) Impossible. d) -4 e) $\frac{5}{7}$ f) $\frac{3}{5}$
4. a) $a = 7$ et -7 . b) $a = -3$ c) $a = 121$ d) $a = 0,008$ e) $a = 0,25$ f) $a = -0,5$
5. a) Vrai. b) Faux. c) Faux. d) Vrai. e) Faux.

Page 242

6. a) 5^9 b) 3^6 c) 2^7 d) 7^{49} e) 3^{21} f) 11^8
g) 13^{24} h) 5^{18} i) 17^{36} j) 15^{14} k) 2^{21} l) 5^{23}
7. a) 2^6 b) 7^9 c) 3^{29} d) 5^{16} e) 11^8 f) 13^{16}
8. a) $\frac{11^{11}}{2^7}$ b) $\frac{2^8}{3^{20}}$ c) $\frac{5^{18}}{2^{30}}$ d) $\frac{2^3}{5^5}$
e) $\frac{11^{20}}{3^{30}}$ f) $\frac{7^{18}}{13^{38}}$ g) $2^{31} \times 17^{45}$ h) $2^{47} \times 11^{13}$

Enrichissement 1.1

La racine cubique, la notation exponentielle et les lois des exposants

Page 243

1. a) $\sqrt{a^n} = (a^n)^{\frac{1}{2}}$
 $= a^{n \times \frac{1}{2}}$
 $= a^{\frac{1}{2} \times n}$
 $= (\sqrt{a})^n$
- b) $\sqrt[3]{a^n} = (a^n)^{\frac{1}{3}}$
 $= a^{n \times \frac{1}{3}}$
 $= a^{\frac{1}{3} \times n}$
 $= (\sqrt[3]{a})^n$
- c) $\sqrt{a^n} = (a^n)^{\frac{1}{2}}$
 $= a^{n \times \frac{1}{2}}$
 $= a^{\frac{n}{1} \times \frac{1}{2}}$
 $= a^{\frac{n}{2}}$
- d) $\sqrt[3]{a^n} = (a^n)^{\frac{1}{3}}$
 $= a^{n \times \frac{1}{3}}$
 $= a^{\frac{n}{1} \times \frac{1}{3}}$
 $= a^{\frac{n}{3}}$
2. a) 8 b) 4 c) 16 807 d) 81 e) -81
f) Impossible. g) -3125 h) $\frac{1}{128}$ i) $\frac{1}{16}$

Renforcement 1.2

La notation scientifique

Page 245

1. a) 10^3 b) 10^1 c) 10^{-2} d) 10^2 e) 10^0 f) 10^{-6}
g) 10^4 h) 10^{-4} i) 10^7 j) 10^9 k) 10^6 l) 10^{-5}
2. a) 0,1 b) 10 000 c) 0,000 000 01 d) 0,000 01
e) 10 000 000 f) 0,01 g) 100 000 000 000 h) 0,000 000 01
j) 1 i) 0,000 000 000 000 1 k) 10 000 000 000 000 l) 10 000 000 000

3. a) 10^{-1} b) 10^1 c) 10^4 d) 10^{-5} e) 10^{-3}
 f) 10^{-4} g) 10^{-2} h) 10^{-6} i) 10^0
4. a) $1,032 \times 10^3$ b) $4,3 \times 10^{-2}$ c) $-6,75 \times 10^5$ d) $6,57 \times 10^2$ e) $-7,6 \times 10^{-1}$
 f) $-4,76 \times 10^3$ g) $5,7 \times 10^{-5}$ h) $-3,336 \times 10^4$ i) $8,23 \times 10^6$ j) $-5,76 \times 10^9$
5. a) $-8 \times 10^1 - 4 \times 10^0 - 9 \times 10^{-3} - 5 \times 10^{-5} - 1 \times 10^{-6}$
 b) $6 \times 10^5 + 4 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 5 \times 10^{-1}$
 c) $2 \times 10^6 + 6 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 7 \times 10^0 + 6 \times 10^{-5}$

Page 246

6. a) 0,000 000 004 53 b) 117 c) -0,000 002 48 d) -0,000 731
 e) 2,1 f) -0,000 005 88 g) 26,9 h) 0,000 000 005 34
 i) 0,0463 j) 7 000 000 k) 9530 l) 70 045 000
 m) 0,007 77 n) -52 900 o) 0,000 004 p) -0,304
7. a) 308 520,7 b) -570,48 c) 10 000 103,008 4 d) 870,100 030 006
8. a) 1×10^{-1} b) 2×10^7 c) $3,5 \times 10^{-1}$ d) 3×10^1 e) $3,5 \times 10^{-8}$ f) 1×10^{-6}
 g) 1×10^{-6} h) 7×10^1 i) $2,5 \times 10^{11}$ j) 1×10^{-3} k) 4×10^4 l) 1×10^{-9}
9. a) $4,5 \times 10^{-2}$ b) $1,7 \times 10^8$ c) $6,8 \times 10^0$ d) $3,3 \times 10^3$ e) 4,3 f) $1,03 \times 10^2$

Enrichissement 1.2 La notation scientifique

Page 247

1. Performances du K Computer

Nombre d'opérations	Temps nécessaire pour effectuer ces opérations				
	ps	fs	as	zs	ys
1	$\approx 1,23 \times 10^{-4}$	$\approx 1,23 \times 10^{-1}$	$\approx 1,23 \times 10^2$	$\approx 1,23 \times 10^5$	$\approx 1,23 \times 10^8$
10^3	$\approx 1,23 \times 10^{-1}$	$\approx 1,23 \times 10^2$	$\approx 1,23 \times 10^5$	$\approx 1,23 \times 10^8$	$\approx 1,23 \times 10^{11}$
10^8	$\approx 1,23 \times 10^4$	$\approx 1,23 \times 10^7$	$\approx 1,23 \times 10^{10}$	$\approx 1,23 \times 10^{13}$	$\approx 1,23 \times 10^{16}$
10^5	$\approx 1,23 \times 10^1$	$\approx 1,23 \times 10^4$	$\approx 1,23 \times 10^7$	$\approx 1,23 \times 10^{10}$	$\approx 1,23 \times 10^{13}$
10^9	$\approx 1,23 \times 10^5$	$\approx 1,23 \times 10^8$	$\approx 1,23 \times 10^{11}$	$\approx 1,23 \times 10^{14}$	$\approx 1,23 \times 10^{17}$
$7,5 \times 10^{10}$	$\approx 9,19 \times 10^6$	$\approx 9,19 \times 10^9$	$\approx 9,19 \times 10^{12}$	$\approx 9,19 \times 10^{15}$	$\approx 9,19 \times 10^{18}$

2. 125 millisecondes = 125×10^{-3} s = $1,25 \times 10^{-1}$ s

On peut poser la proportion suivante :

$$\frac{8,162 \times 10^{15} \text{ opérations}}{1 \text{ s}} = \frac{?}{1,25 \times 10^{-1} \text{ s}}$$

$$? = 8,162 \times 10^{15} \times 1,25 \times 10^{-1}$$

$$= 1,020 25 \times 10^{15} \text{ opérations.}$$

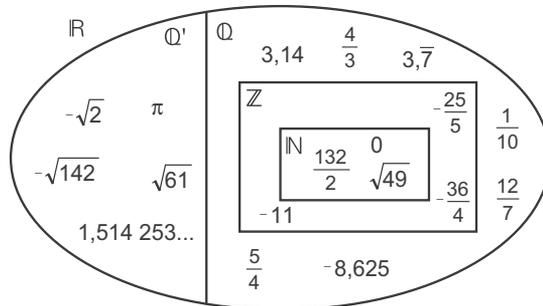
Réponse : En un clignement d'œil, cet ordinateur peut effectuer $1,020 25 \times 10^{15}$ opérations.

Page 249

1. a) Plusieurs réponses possibles. Exemple : 1,5, -4,6, 9,2, 10,7, $\frac{3}{7}$
 b) Plusieurs réponses possibles. Exemple : 1, 2, 3, 4, 5
 c) Plusieurs réponses possibles. Exemple : $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$
 d) Plusieurs réponses possibles. Exemple : $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}$
 e) Plusieurs réponses possibles. Exemple : $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$
 f) Plusieurs réponses possibles. Exemple : $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}$
2. a) \mathbb{Q} b) \mathbb{N} c) \mathbb{Q} d) \mathbb{Q} e) \mathbb{Q}' f) \mathbb{Q} g) \mathbb{Q}'
 h) \mathbb{N} i) \mathbb{Q} j) \mathbb{N} k) \mathbb{N} l) \mathbb{Q}' m) \mathbb{Z} n) \mathbb{Q}'
 o) \mathbb{Q} p) \mathbb{Q} q) \mathbb{Q}' r) \mathbb{N} s) \mathbb{Q}' t) \mathbb{Q} u) \mathbb{Q}'
3. a) \mathbb{Z} b) \mathbb{N} c) \mathbb{Q} d) \mathbb{Q} e) \mathbb{Q}'
 f) \mathbb{Q} g) \mathbb{Q} h) \mathbb{Q}' i) \mathbb{Q}

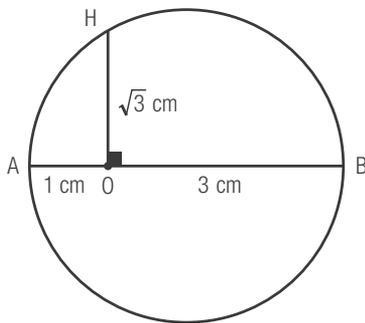
Page 250

4. a) $-3, -\frac{18}{3}, -\sqrt{25}, -\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}}, -1,4 \times 10^2$
 b) $1,4 \times 10^{-2}, 2,5, \frac{3}{2}, \frac{5}{17}, 6,524\bar{5}, \frac{11}{16}, -0,4, -0,04$
 c) $\frac{\sqrt{2}}{2}, 32,456\ 724\dots, \sqrt{15}, 42,129\ 366\dots$
5. 4

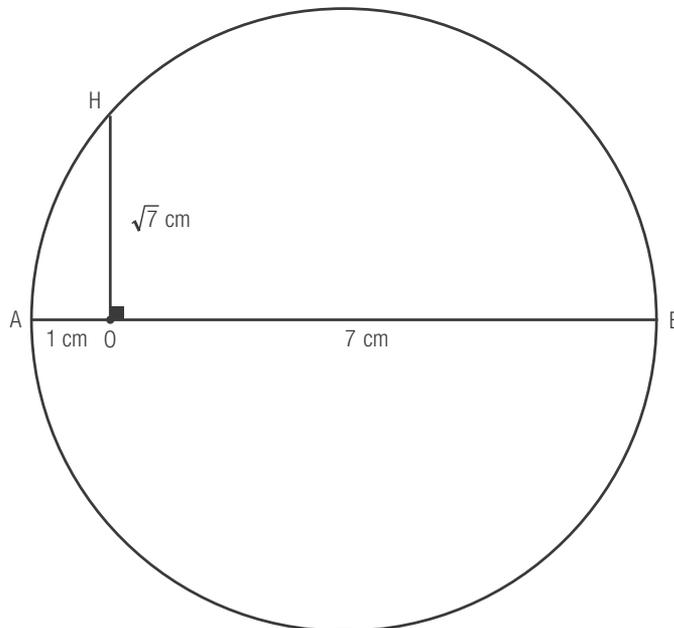


Page 251

1. a)



b)



SP 1

Les éléments

Pages 252-253

Démarche et calculs

1) Oxygène (O)

- Masse d'un atome de O (en g)
 $= 1,66 \times 10^{-24} \times 1,6 \times 10^1$
 $\approx 2,67 \times 10^{-23}$ g
- Masse de O sur la Terre (en g)
 $= 0,48 \times m_T$
 $= 0,48 \times 5,97 \times 10^{24}$ kg
 $\approx 2,87 \times 10^{24}$ kg
 $\approx 2,87 \times 10^{27}$ g
- Nombre d'atomes de O
 $= \frac{\text{masse de O (en g)}}{\text{masse d'un atome de O (en g)}}$
 $\approx \frac{2,87 \times 10^{27}}{2,67 \times 10^{-23}}$
 $\approx 1,08 \times 10^{50}$ atomes.

3) Fer (Fe)

- Masse d'un atome de Fe (en u)
 $= \frac{\text{masse d'un atome de Fe (en g)}}{1,66 \times 10^{-24}}$
 $= \frac{9,27 \times 10^{-23}}{1,66 \times 10^{-24}}$
 $\approx 55,85$ u
 $\approx 5,585 \times 10^1$ u
- Masse de Fe sur la Terre (en g)
 $= \text{nombre d'atomes de Fe} \times \text{masse d'un atome de Fe}$
 $= 9,21 \times 10^{48} \times 9,27 \times 10^{-23}$
 $\approx 8,54 \times 10^{26}$ g

• Abondance relative de Fe (en %)

$$= \frac{\text{masse de Fe}}{\text{masse de la Terre}} \times 100 \%$$

$$\approx \frac{8,54 \times 10^{26}}{5,97 \times 10^{24} \times 1000} \times 100 \%$$

$$\approx 14,3 \%$$

2) Magnésium (Mg)

- Masse d'un atome de Mg (en g)
 $= 1,66 \times 10^{-24} \times 1,6 \times 10^1$
 $\approx 2,67 \times 10^{-23}$ g
- Masse de Mg sur la Terre (en g)
 $= 0,165 \times m_T$
 $= 0,165 \times 5,97 \times 10^{24}$ kg
 $\approx 9,85 \times 10^{23}$ kg
 $\approx 9,85 \times 10^{26}$ g
- Masse d'un atome de Mg (en g)
 $= \frac{\text{masse de Mg (en g)}}{\text{nombre d'atomes de Mg}}$
 $\approx \frac{9,85 \times 10^{26}}{2,44 \times 10^{49}}$
 $\approx 4,04 \times 10^{-23}$ g
- Masse d'un atome de Mg (en u)
 $= \frac{\text{masse d'un atome de Mg (en g)}}{1,66 \times 10^{-24}}$
 $\approx \frac{4,04 \times 10^{-23}}{1,66 \times 10^{-24}}$
 $\approx 24,31$ u
 $\approx 2,431 \times 10$ u

Réponse

Informations concernant certains éléments présents sur la Terre

Élément	Masse d'un atome (u)	Masse d'un atome (g)	Nombre d'atomes	Abondance relative (%)
Oxygène (O)	$1,6 \times 10^1$	$2,67 \times 10^{-23}$	$1,08 \times 10^{50}$	48
Magnésium (Mg)	$2,431 \times 10^1$	$4,04 \times 10^{-23}$	$2,44 \times 10^{49}$	16,5
Fer (Fe)	$5,585 \times 10^1$	$9,27 \times 10^{-23}$	$9,21 \times 10^{48}$	14,3

SR 1 La nouvelle opération

Pages 254-255

Démarche et calculs

A) Conjecture

Il est possible d'émettre une conjecture à partir de plusieurs exemples numériques.

1) Calculer le SCHMOCK de 5.

$$(5^5)^2 = 5^{10}$$

$$5^{10} \times 5^{(2 \times 5)} = 5^{10} \times 5^{10} = 5^{20}$$

$$5^{20} \div 5^{(4 \times 5)} = 5^{20} \div 5^{20} = 5^0 = 1$$

$$\text{SCHMOCK}(5) = 1$$

2) Calculer le SCHMOCK de 20.

$$(20^{20})^2 = 20^{40}$$

$$20^{40} \times 20^{(2 \times 20)} = 20^{40} \times 20^{40} = 20^{80}$$

$$20^{80} \div 20^{(4 \times 20)} = 20^{80} \div 20^{80} = 20^0 = 1$$

$$\text{SCHMOCK}(20) = 1$$

3) Calculer le SCHMOCK de 100.

$$(100^{100})^2 = 100^{200}$$

$$100^{200} \times 100^{(2 \times 100)} = 100^{200} \times 100^{200} = 100^{400}$$

$$100^{400} \div 100^{(4 \times 100)} = 100^{400} \div 100^{400} = 100^0 = 1$$

$$\text{SCHMOCK}(100) = 1$$

Conjecture : Le SCHMOCK d'un nombre est toujours 1.

B) Preuve algébrique

Il est possible de prouver algébriquement cette conjecture en attribuant une variable au nombre initial.

Ainsi, si le nombre initial est n , on a :

$$(n^n)^2 = n^{2n}$$

$$n^{2n} \times n^{(2 \times n)} = n^{2n} \times n^{2n} = n^{4n}$$

$$n^{4n} \div n^{(4 \times n)} = n^{4n} \div n^{4n} = n^0 = 1$$

Réponse

La conjecture « Le SCHMOCK d'un nombre est toujours 1 » est donc prouvée à l'aide des lois des exposants.

Carnet 1 Les nombres

Page 256

La racine cubique

- L'opération inverse de celle qui consiste à élever un nombre au cube est appelée **extraction de la racine cubique**. Le symbole de cette opération est $\sqrt[3]{\quad}$.
- Le nombre élevé au cube qui donne a est appelé **racine cubique de a** . La racine cubique de a se note $\sqrt[3]{a}$.

La notation exponentielle

- Dans certains cas, il est possible d'exprimer une expression écrite sous la forme exponentielle en notation fractionnaire ou à l'aide d'un radical.

Notation	Exemple
Pour une base $a \neq 0$ et un exposant entier $m > 0$: $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$	$2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$
Pour une base $a \geq 0$ et l'exposant $\frac{1}{2}$: $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$	$81^{\frac{1}{2}} = \sqrt{81} = 9$
Pour une base a et l'exposant $\frac{1}{3}$: $a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a}$	$8^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8} = 2$

Les lois des exposants

- Les lois des exposants permettent d'effectuer des opérations qui font intervenir des expressions écrites sous la forme exponentielle.

Loi	Exemple
Produit de puissances Pour $a \neq 0$: $a^m \times a^n = a^{m+n}$	$4^4 \times 4^5 = 4^9 = 262\ 144$
Quotient de puissances Pour $a \neq 0$: $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$\frac{3^9}{3^5} = 3^{9-5} = 3^4 = 81$
Puissance d'un produit Pour $a \neq 0$ et $b \neq 0$: $(ab)^m = a^m b^m$	$(4 \times 5)^3 = 4^3 \times 5^3 = 64 \times 125 = 8000$
Puissance d'une puissance Pour $a \neq 0$: $(a^m)^n = a^{mn}$	$(6^2)^4 = 6^8 = 1\ 679\ 616$
Puissance d'un quotient Pour $a \neq 0$ et $b \neq 0$: $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$	$\left(\frac{2}{7}\right)^3 = \frac{2^3}{7^3} = \frac{8}{343}$

Page 257

La notation scientifique

La notation scientifique permet d'exprimer plus simplement de très petits et de très grands nombres. Soit n , un nombre entier. Exprimer en notation scientifique :

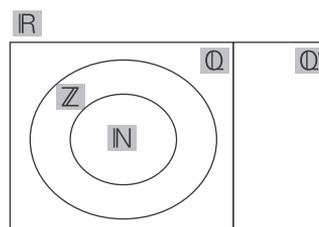
- un nombre positif, c'est l'écrire sous la forme $a \times 10^n$, où $1 \leq a < 10$;
- un nombre négatif, c'est l'écrire sous la forme $a \times 10^n$, où $-10 < a \leq -1$.

Ex. :	Nombre	Notation scientifique
	$467\ 000\ 000$ Le premier chiffre significatif de ce nombre occupe la position associée à 10^8 .	$467\ 000\ 000 = 4,67 \times 10^8$
	$-0,000\ 043$ Le premier chiffre significatif de ce nombre occupe la position associée à 10^{-5} .	$-0,000\ 043 = -4,3 \times 10^{-5}$

Les ensembles de nombres

Il existe différents ensembles de nombres, dont \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{Q}' et \mathbb{R} . Le schéma ci-contre illustre les relations qui existent entre ces différents ensembles de nombres.

- Les nombres **naturels** : $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$.
- Les nombres **entiers** : $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$.
- Les nombres **rationnels** (\mathbb{Q}) : Nombres qui peuvent être écrits sous la forme $\frac{a}{b}$, où a et b sont des nombres entiers et b est différent de 0. Sous la forme décimale, le développement est fini ou infini et **périodique**.
- Les nombres **irrationnels** (\mathbb{Q}') : Nombres qui ne peuvent pas s'exprimer comme un quotient d'entiers et dont le développement décimal est **infini et non périodique**.
- Les nombres réels (\mathbb{R}) : Nombres qui appartiennent à l'ensemble des nombres **rationnels** ou à l'ensemble des nombres **irrationnels** ($\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$).



Page 258

1. b) 2. d) 3. c) 4. a)

5. b) 6. c) 7. b) 8. d)

Page 259

9. a) $-9,6 \times 10^{-1}$ b) $2,84 \times 10^6$ c) $-4,89 \times 10^5$
 d) $3,2 \times 10^{-2}$ e) $6,72 \times 10^3$ f) $4,5 \times 10^{-5}$
10. a) $-0,000\ 003\ 98$ b) $-0,005\ 53$ c) $-0,000\ 009\ 52$
 d) $9\ 200\ 000$ e) $4,7$ f) $45,9$
11. a) 3^{12} b) 2^{-10} ou $\frac{1}{2^{10}}$ c) 5^{40}
12. a) 2^{18} b) 7^5 c) 11^{13}
13. a) \mathbb{N} b) \mathbb{N} c) \mathbb{N} d) \mathbb{Q} e) \mathbb{Q}
 f) \mathbb{Q} g) \mathbb{Q} h) \mathbb{Q}' i) \mathbb{Q}
14. a) $2,5 \times 10^{-1}$ b) $2,5 \times 10^9$ c) $4,8 \times 10^3$

Page 260

15. Hauteur des cheveux empilés : $10^2 \times 10^{-6} \times 7 \times 10^9 \times 1,2 \times 10^5 = 8,4 \times 10^{10} \text{ m} = 8,4 \times 10^7 \text{ km}$
 Or, $8,4 \times 10^7 \text{ km} = 84 \times 10^6 \text{ km}$ et $84 \times 10^6 > 55 \times 10^6 \text{ km}$.

Réponse : Puisque la hauteur de tous les cheveux empilés représente plus de 200 fois la distance qui sépare la Terre de la planète Mars, on pourrait atteindre la planète Mars.

16. $3,42 \times 10^3 \text{ Mo} = 3,42 \times 10^9 \text{ o}$; $353 \text{ ko/s} = 3,53 \times 10^5 \text{ o/s}$

Temps nécessaire : $\frac{3,42 \times 10^9}{3,53 \times 10^5} \approx 9,69 \times 10^3 \text{ s}$

Puisqu'il y a $3,6 \times 10^3 \text{ s}$ dans 1 h, on a $\frac{9,69 \times 10^3 \text{ s}}{3,6 \times 10^3 \text{ s/h}} \approx 2,69 \text{ h}$.

Réponse : Il faudra environ 2,69 h pour télécharger ce film.

17. $1 \text{ cm}^2 = \frac{1}{10^4} \text{ m}^2 = 10^{-4} \text{ m}^2$; $1 \times 10^4 \text{ g} = 10 \text{ kg}$

On en déduit que 9,8 kg exercent une force de 9,8 N.

Pression = $\frac{\text{force}}{\text{aire}} = \frac{9,8 \text{ N}}{10^{-4} \text{ m}^2} = 9,8 \times 10^4 \text{ Pa}$

$9,8 \times 10^4 \text{ Pa} \times 10^{-3} \text{ kPa/Pa} = 9,8 \times 10^1 \text{ kPa}$

Réponse : La pression atmosphérique est de $9,8 \times 10^1 \text{ kPa}$.